

## ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Se llaman **ecuaciones** a igualdades en las que aparecen número y letras (incógnitas) relacionados mediante operaciones matemáticas.

Por ejemplo:  $3x - 2y = x^2 + 1$

Son **ecuaciones con una incógnita** cuando aparece una sólo letra (incógnita, normalmente la x).

Por ejemplo:  $x^2 + 1 = x + 4$

Se dice que son **de primer grado** cuando dicha letra no está elevada a ninguna potencia (por tanto a 1).

Ejemplos :

$$3x + 1 = x - 2$$

$$x/2 = 1 - x + 3x/2$$

Son estas últimas las ecuaciones que vamos a resolver en esta clase.

Supongamos que queremos resolver la ecuación:  $3x + 1 = x - 2$ .

Resolver una ecuación es encontrar un valor de x que, al ser sustituido en la ecuación y realizar las operaciones indicadas, se llegue a que la igualdad es cierta.

En el ejemplo podemos probar con algunos valores:

si  $x = 1$ , llegaríamos a  $5 = -2$ , luego no es cierto,

si  $x = -1$  llegaríamos a  $-2 = -3$ , tampoco. Resolvámosla entonces para hallar el valor de x buscado:

Para resolver una ecuación de primer grado se utilizan dos reglas fundamentales para conseguir dejar la "x" sola en el primer miembro.

$$3x + 1 = x - 2.$$

- Sumar o restar a los dos miembros un mismo número. En este caso restar 1 a los dos miembros y restar x a los dos miembros:

$$3x + 1 - 1 - x = x - x - 2 - 1, \text{ que una vez operado queda: } 2x = -3.$$

- Multiplicar o dividir los dos miembros por un mismo número. En este caso por 2:

$$2x/2 = -3/2, \text{ que una vez simplificado queda } x = -3/2 \text{ o también } x = -1,5.$$

Efectivamente:  $3(-1,5) + 1 = -1,5 - 2$ ;  $-4,5 + 1 = -3,5$ . ¡cierto!.

Resolvamos ahora la siguiente ecuación:

$$x - 3 = 2 + x.$$

Rápidamente obtendrás la expresión  $0 = 5$  ¿qué significa? Desde luego esta igualdad no es cierta independientemente del valor que tome x.

Decimos que en este caso la ecuación no tiene solución.

Resolvamos ahora

$$2x-1 = 3x + 3 - x - 4$$

Ahora habrás llegado a la expresión  $0 = 0$  ¿qué significa ahora?. La igualdad que has obtenido es cierta pero se te han eliminado la  $x$ . ¿Cuál es la solución?

Si la igualdad es cierta seguro, ¡lo será para cualquier valor de  $x$ !. Compruébalo sustituyendo  $x$  por 0, 1, -3 u otro valor que desees.

En este caso se dice que la ecuación tiene infinitas soluciones (cualquier valor de  $x$  es solución).

Este tipo de ecuaciones se denominan IDENTIDADES

### Problemas de aplicación.

Una de las aplicaciones más importantes de las ecuaciones es la de resolver problemas de la vida cotidiana. Por ejemplo:

El hermano mayor de una familia con tres hermanos tiene 4 años más que el segundo y este 3 más que el menor. Si entre todos tiene la edad del padre que tiene 40 años ¿qué edad tiene cada hermano ?

Para resolver estos problemas debemos elegir algún valor desconocido para llamarle " $x$ ". En este caso llamemos :

$x$  = edad del hermano menor.

A partir de ello expresar los datos del problema y plantear una igualdad (ecuación) con ellos: Será:

$x + 3$  : edad del hermano mediano

$x+3 + 4 = x + 7$  edad del hermano mayor

Ecuación: suma de las edades de los hermanos  $x + x + 3 + x + 7 = 40$ ,

Resolviendo la ecuación se obtiene  $x = 10$ , luego las edades de los tres hermanos son 10 , 13 y 17 años.

Ejercicio: En una caja hay el doble de caramelos de menta que de fresa y el triple de caramelos de naranja que de menta y fresa juntos. Si en total hay 144 caramelos, ¿cuántos hay de cada sabor ?. (Sol: 12, 24, 108).

Plantea y resuelve los siguientes problemas:

- El perímetro de un jardín rectangular es de 58 m. Si el lado mayor mide 11 m. más que el lado menor. ¿Cuánto miden los lados del jardín ? (Sol: 9 y 20 m)
- Halla un número tal que su mitad más su cuarta parte más 1, sea igual al número pedido. (Sol: 4).

## EJERCICIOS

I. Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones:

1)  $4x = 2x - 12$

2)  $8x - 24 = 5x$

3)  $7x + 12 = 4x - 17$

4)  $3x - 25 = x - 5$

5)  $5x + 13 = 10x + 12$

6)  $12x - 10 = -11 + 9x$

7)  $36 - 6x = 34 - 4x$

8)  $10x - 25 = 6x - 25$

9)  $11x - 1 + 5x = 65x - 36$

10)  $4x - 13 - 5x = -12x + 9 + 8x$

11)  $-5 + 7x + 16 + x = 11x - 3 - x$

12)  $6x - 12 + 4x - 1 = -x - 7x + 12 - 3x + 5$

13)  $2x - (x + 5) = 6 + (x + 1)$

14)  $8 - (3x + 3) = x - (2x + 1)$

15)  $4x - 2 = 7x - (x + 3) + (-x - 6)$

$$16) 2x + [2x - (x - 4)] = -[x - (5 - x)]$$

$$17) x - \{5 + 3x - [5x - (6 + x)]\} = -3$$

$$18) -\{7x + [-4x + (-2 + 4x)] - (5x + 1)\} = 0$$

$$19) -\{-[-(-6x + 5)]\} = -(x + 5)$$

$$20) -\{4x - [-2x - (3x + 6)]\} = 4 - \{-x + (2x - 1)\}$$

II. Resuelve los siguientes problemas verbales:

1. Hallar un número sabiendo que:

a) si se disminuye en 7 se obtiene 34.

b) si se aumenta en 13 se obtiene 76.

c) su tercera parte es igual a 187.

d) su triple es igual a 216.

e) sumándolo a su quíntuplo resulta 72.

f) restando 20 a 8 veces dicho número se obtiene 28.

g) restando 7 del triple de dicho número se obtiene 23.

h) restando 15 de su cuádruplo se obtiene igual número.

i) su exceso sobre 59 es 27.

- j) su quíntuplo excede a su duplo en 96.
2. Un número multiplicado por 5 sumado con el mismo número multiplicado por 6 da 55. ¿Cuál es el número?
3. ¿Qué número se debe restar de 14 para obtener 8?
4. El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuído en 5. ¿Cuál es el número?
5. El doble de un número más el triple de su sucesor, más el doble del sucesor de este es 147. Hallar el número.
6. Si a cierto número se agrega 180, resulta 7 veces el exceso del mismo número sobre 60. ¿Cuál es el número?
7. Cierta número aumentado en tres, multiplicado por sí mismo, es igual a su cuadrado más 24. ¿Cuál es el número?
8. Si un número aumentado en 12 se multiplica por el mismo número disminuído en 5, resulta el cuadrado del número más 31. ¿Cuál es el número?
9. Si al cuadrado de un número entero se agrega 17, se obtiene el cuadrado del número entero que sigue.
10. Si se resta un número de 923 se obtiene el mismo resultado que si se suma este número a 847. ¿Cuál es el número?
11. ¿Qué número es aquel que aumentado en 3 unidades, resulta ser igual al exceso del doble del número sobre 4?
12. El exceso que tiene un número sobre 30, es igual al exceso que tiene 82 sobre el número. ¿Cuál es el número?
13. Un número más el doble del número, más el triple del número, da 126. ¿Cuál es el número?

14. Si a un número se le agrega el triple del número disminuido en 4, resulta el doble del número aumentado en 20. ¿Cuál es el número?

15. Un número aumentado en 8 es multiplicado por el mismo número disminuido en 4, obteniéndose el número al cuadrado aumentado en 20. ¿Cuál es el número?

16. El cuadrado de la suma de un número y 6 da como resultado el número multiplicado por el número aumentado en 3. ¿Cuál es el número?

III. Determina el valor de  $x$  en las siguientes ecuaciones:

$$1) 5(x + 2) = 40$$

$$2) 3(x - 4) + 6 = 9$$

$$3) 2x(4x - 3) = 8x^2 - 18$$

$$4) -2(x + 3) + 5(x - 2) = x + 1$$

$$5) 4(x + 3) - 2(-x + 3) = 6 - x$$

$$6) 8(x + 2) = 3(x - 5) - 7(x + 3)$$

$$7) a(x + 1) + 5a(x - 1) = 2(3b - 2a)$$

$$8) x(a + 1) - x(a - 1) = 2a + 4$$

$$9) (x + 2)(x - 5) = (x - 1)(x - 6)$$

$$10) (x - 8)(x + 1) = (x + 5)(x - 3)$$

$$11) (x + 1)(6x - 2) = (2x + 4)(3x + 2)$$

$$12) 2(x - 2)(x + 3) - (2x + 4)(x - 2) = 0$$

$$13) (6x + 10)(6x - 10) = 15 + (3x - 5)(12x + 5)$$

$$14) (2x + 3)(2x - 3) + 7 = 4(x + 2)(x - 2) + 2x$$

$$15) (x - 2)^2 - (3 - x)^2 = 1$$

$$16) (4x + 3)^2 = 25(1 + x)^2 - (4 + 3x)^2$$

$$17) (3x - 1)^2 - (2x + 3)^2 = 5(x - 2) + (x - 1)(5x + 2)$$

$$18) (4x - 16)^2 - (x - 2)^2 = (8 - x)^2$$

### Ecuaciones Fraccionarias

$$a) \frac{3x-1}{5} - \frac{x+2}{15} = \frac{1}{3} + x$$

$$b) \frac{x-1}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 2 + \frac{1-2x^2}{x^2-9}$$

$$c) \frac{2(x+3)}{4x^2-25} = \frac{2}{2x+5} - \frac{4}{2x-5}$$

$$d) \frac{4x - \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = 10$$

$$e) \frac{\frac{x+1}{x-2} - \frac{3x-5}{8}}{\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-1}{4}} = x$$

$$f) \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{x}} = \frac{11 + \frac{3}{x}}{11 - \frac{8}{x}}$$

$$g) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{4-x}}} = 2$$

### Ecuaciones Literales

$$a) \frac{x(a-1)}{a} + 2 = 3a - \frac{x}{2}$$

$$b) \frac{ax - 2a^2}{a^2} + \frac{2}{a} = \frac{x}{a^3}$$

$$c) (x+m)^3 + (x-m)^3 = 2x^3 + 12m^3$$

$$d) (a-b)(ax+bx) = a+b$$

$$e) 2 - \frac{x-q}{x-p} = \frac{x+p}{x+q}$$

$$f) \frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{4}{2x+2} = \frac{4}{2x-2}$$



## RESPUESTAS EJERCICIOS PROPUESTOS

### EJERCICIOS

I.

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| 1. $x = -6$    | 11. $x = 7$     |
| 2. $x = 8$     | 12. $x = 10/7$  |
| 3. $x = -29/3$ | 13. $x = 5$     |
| 4. $x = 10$    | 14. $x = 3$     |
| 5. $x = 1/5$   | 15. $x = 7$     |
| 6. $x = -1/3$  | 16. $x = 1/5$   |
| 7. $x = 1$     | 17. $x = 4$     |
| 8. $x = 0$     | 18. $x = 3/2$   |
| 9. $x = 5/7$   | 19. $x = 0$     |
| 10. $x = 22/3$ | 20. $x = -11/8$ |

II.

- 41
  - 63
  - 561
  - 72
  - 12
  - 6
  - 10
  - 5
  - 86
  - 32
- 5
- $-8 + r$
- 17
- 20

6.	100
7.	8
8.	13
9.	8
10.	38
11.	7
12.	56
13.	21
14.	12
15.	13
16.	-4