

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Una ecuación de segundo grado es aquella que puede reducirse a la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  . donde no se anula a.

Si observamos los coeficientes b y c, las podemos clasificar en incompletas si se anula b o c, o completas si no se anula ninguno de los coeficientes.

### Número de soluciones

Solucionar una ecuación de segundo grado consiste en averiguar qué valor o valores al ser sustituidos por la indeterminada convierten la ecuación en una identidad.

Ecuación de segundo grado completa

Una ecuación de segundo grado se dice completa si a , b y c son todos no nulos. Para resolver estas ecuaciones aplicamos la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

LLamamos **discriminante**  $\Delta = b^2 - 4ac$  , en función del signo del discriminante conoceremos el número de soluciones de la ecuación, así:

- Si el discriminante es **menor que 0** la ecuación no tiene solución.
- 
- Si el discriminante es **0** hay una solución.
- 
- Si el discriminante es **mayor que 0** hay dos soluciones.

### Resolución de una ecuación de segundo grado cuando b=0.

Si b=0 la ecuación queda  $ax^2+c=0$  , despejando se llega:

$$ax^2+c=0 \Rightarrow ax^2=-c \Rightarrow x^2=\frac{-c}{a} \Rightarrow x=\pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$5x^2-45=0 \Rightarrow 5x^2=45 \Rightarrow x^2=\frac{45}{5} \Rightarrow x=\pm \sqrt{9} = \pm 3$$

$$4x^2+100=0 \Rightarrow 5x^2=-100 \Rightarrow x^2=\frac{-100}{4} \Rightarrow x=\pm \sqrt{-25} \text{ Sin solución}$$

### Resolución de una ecuación de segundo grado cuando c=0

Si c=0 la ecuación queda  $ax^2+bx=0$ .

Sacando factor común se tiene que  $x(ax+b)=0$  de donde se deduce que  $x=0$  ;  $ax+b=0$  por lo que  $ax=-b$  ;  $x=-b/a$ . Las soluciones son  $x_1=0$  y  $x_2=-b/a$ .

Conclusión: Las ecuaciones de este tipo siempre tienen solución y una de las soluciones es  $x=0$

$$x^2-2x=0 \Rightarrow x(x-2)=0 \Rightarrow x_1=0 \quad x_2=2$$

$$7x^2+12x=0 \Rightarrow x(7x+12)=0 \Rightarrow x_1=0 \quad x_2=-\frac{12}{7}$$

### Ecuación bicuadrada:

Una ecuación bicuadrada tiene la siguiente estructura  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ .

Para su resolución se realiza el **cambio de variable**  $y = x^2$  quedando la ecuación  $ay^2 + by + c = 0$

Se resuelve la ecuación de segundo grado obteniéndose dos soluciones  $y_1, y_2$ , luego deshacemos el cambio  $y = x^2$  para determinar las soluciones de  $x$ .

$$x^4-5x^2+4=0 \Rightarrow \text{cambio de variable } y = x^2$$

$$y^2-5y+4=0 \Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} \Rightarrow y = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$y_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad ; \quad y_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Deshacemos el cambio

$$x^2 = y_1 \quad x^2 = 4 \quad x = \pm 2 \quad x^2 = y_2 \quad x^2 = 1 \quad x = \pm 1$$

**EJERCICIOS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO**

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $7x^2 + 21x - 28 = 0$
- $-x^2 + 4x - 7 = 0$
- $12x^2 - 3x = 0$
- $4x^2 - 16 = 0$

2.- Halla las soluciones de las ecuaciones:

- $x^4 + 12x^3 - 64x^2 = 0$
- $\frac{3}{x} = 1 + \frac{x-13}{6}$

3.- Resuelve:

- $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$
- $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones completas:

- a)  $x^2 + 7x + 12 = 0$
- b)  $x^2 - 7x - 18 = 0$
- c)  $x^2 + 2x - 15 = 0$
- d)  $2x^2 + 11x + 5 = 0$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $25x(x+1) = -4$
- b)  $2x(x+3) = 3(x-1)$
- c)  $(2x-3)^2 = 8x$
- d)  $2x(3x-4) - (1-3x)(1+x) = -2$
- e)  $\frac{x^2+2}{5} - \frac{x^2+x}{2} = \frac{3x+1}{10}$
- f)  $1 - 5x\left(1 - \frac{3}{2}\right) = \frac{x}{2}$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones completas:

- a)  $2x^2 - 3x - 2 = 0$
- b)  $3x^2 + 10x - 8 = 0$
- c)  $4x^2 - 29x + 7 = 0$
- d)  $2x^2 + 7x - 15 = 0$
- e)  $2x^2 + 7x - 15 = 0$

f)  $3x^2 + 8x - 6 = 0$

g)  $10x^2 - x - 3 = 0$

h)  $5x^2 - 7x + 2 = 0$

i)  $6x^2 - 11x - 7 = 0$

7.- Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación  $x^2 - kx + 36 = 0$  sean iguales.

8.- La suma de dos números es 5 y su producto es -84. Halla dichos números.

9.- Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

10.- Para vallar una finca rectangular de 750 m<sup>2</sup> se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

11.- Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m<sup>2</sup>.

12. Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m<sup>2</sup>.

13.- Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

14.- Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es  $\frac{26}{5}$ .

15.- Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

16.- Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda a cada uno separadamente?

17.- El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

18.- Halla una fracción equivalente a  $\frac{5}{7}$  cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184.

19.- Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

20.- Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:

- El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.
- El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más el 60% de las de terror al representan la mitad del total de las películas.
- Hay 100 películas más del oeste que de infantiles.
- Halla el número de películas de cada tipo.

- 21.- Dos números que se diferencian en 3 unidades, multiplicados dan 88. Halla dichos números.
- 22.- Encuentra un número tal que el doble de su cuadrado sea igual a seis veces ese número.
- 23.- El perímetro de un rectángulo es 42 cm. Si la diagonal mide 15 cm. Halla la anchura del rectángulo. (Pon un lado en función del otro).
- 24.- La edad de un niño será dentro de 3 años el cuadrado de la que tenía hace tres. Halla los años que tiene.
- 25.- Al aumentar 5m. el lado de un cuadrado, su área aumenta en 75 m<sup>2</sup>. Calcula el lado del cuadrado.
- 26.- Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm. menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.
- 27.- Varios amigos se reparten un premio y les toca a 1500 euros a cada uno. Si hubieran sido cuatro amigos más, les hubiera tocado a 300 euros menos a cada uno. ¿Cuántos eran a repartir?
- 28.- Se tienen dos cuadrados distintos y el lado de uno de ellos es 4 cm. mayor que el lado del otro. Averigua la longitud de los dos lados sabiendo que la suma de sus áreas es 808 cm<sup>2</sup>.
- 29.- Calcula la longitud del lado de un cuadrado sabiendo que su área es la cuarta parte del área de otro cuadrado cuyo lado es 2 cm. mayor.
- 30.- Halla dos números naturales consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 103.